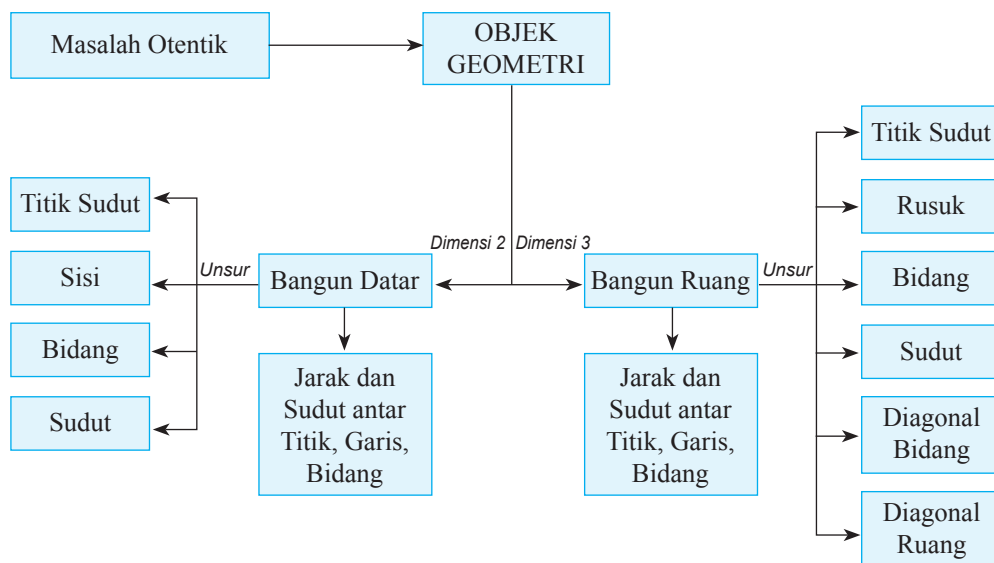
Geometri

A. KOMPETENSI DASAR DAN PENGALAMAN BELAJAR

Kompetensi Dasar	Pengalaman Belajar
Setelah mengikuti pembelajaran ini siswa mampu: 1. memiliki motivasi internal dan merasakan keindahan dan keteraturan matematika dalam perhitungan jarak dan sudut antara titik, garis dan bidang dilakukan dengan menggunakan sifat-sifat bangun datar dan ruang; 2. memahami konsep jarak dan sudut antara titik, garis dan bidang melalui demonstrasi menggunakan alat peraga atau media lainnya; 3. menggunakan berbagai prinsip bangun datar dan ruang serta dalam menyelesaikan masalah nyata berkaitan dengan jarak dan sudut antara titik, garis dan bidang.	Melalui pembelajaran materi geometri, siswa memperoleh pengalaman belajar: • menemukan konsep dan prinsip geometri melalui pemecahan masalah autentik; • berkolaborasi memecahkan masalah aktual dengan pola interaksi sosial kultur; • berpikir tingkat tinggi dalam menyelidiki dan mengaplikasikan konsep dan prinsip-prinsip bangun datar dan ruang dalam geometri untuk memecahkan masalah otentik.

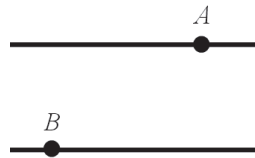
Istilah Penting

- *Titik*
- *Garis*
- *Bidang*
- *Ruang*
- *Jarak*
- *Sudut*
- *Diagonal*

B. PETA KONSEP

C. MATERI PEMBELAJARAN

1. Menemukan Konsep Jarak Titik, Garis, dan Bidang

a. Kedudukan Titik

Gambar 9.1a Burung

Gambar 9.1b Titik pada garis

Perhatikan Gambar 9.1a dan Gambar 9.1b. Apa yang bisa kamu lihat? Misalkan kabel listrik adalah suatu garis dan burung adalah titik, maka dapat dikatakan bahwa tempat hinggap burung pada kabel listrik merupakan sebuah titik yang terletak pada suatu garis, yang dapat dilihat pada Gambar 9.1b.

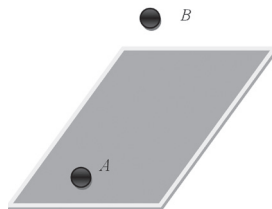
Gambar berikut akan mencoba pemahaman kamu terhadap kedudukan titik dengan garis.

Gambar 9.2a Jembatan penyeberangan

Gambar 9.2a Garis dan titik

Jika dimisalkan jembatan penyeberangan merupakan suatu garis dan lokomotif kereta adalah suatu titik. Kita dapat melihat bahwa lokomotif tidak terletak atau melalui jembatan penyeberangan. Artinya jika dihubungkan dengan garis dan titik maka dapat disebut bahwa contoh di atas merupakan suatu titik yang tidak terletak pada garis.

Untuk lebih melengkapi pemahaman kedudukan titik terhadap garis, perhatikan pula Gambar 9.3a dan Gambar 9.3b.

Gambar 9.3a Bola di lapangan

Gambar 9.3b Dua titik *A* dan *B*

Gambar di atas merupakan contoh kedudukan titik terhadap bidang, dengan bola sebagai titik dan lapangan sebagai bidang. Sebuah titik dikatakan terletak pada sebuah bidang jika titik itu dapat dilalui bidang seperti terlihat pada titik *A* pada gambar dan sebuah titik dikatakan terletak di luar bidang jika titik itu tidak dapat dilalui bidang.

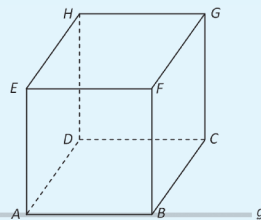
Perhatikan dua permasalahan di bawah ini!

Masalah-9.1

Sebuah kardus berbentuk kubus *ABCD.EFGH*. Perhatikanlah kubus tersebut. Segmen atau ruas garis *AB* sebagai wakil garis *g*.

Pertanyaan:

a. Tentukan titik sudut kubus yang terletak pada garis *g*!

b. Tentukan titik sudut kubus yang berada di luar garis *g*!

Gambar 9.4 Kubus *ABCD.EFGH* dan garis *g*

Alternatif Penyelesaian

Pandang kubus *ABCD.EFGH* dan garis g dari gambar di atas, dapat diperoleh:

a. titik sudut kubus yang terletak pada garis *g* adalah titik *A* dan *B*,

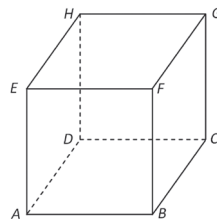
b. titik sudut kubus yang berada di luar garis g adalah titik *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, dan *H*.

Contoh 9.1

Perhatikan kubus *ABCD.EFGH* pada Gambar 9.5!

Terhadap bidang *DCGH*, tentukanlah:

a. titik sudut kubus apa saja yang terletak pada bidang *DCGH*!

b. titik sudut kubus apa saja yang berada di luar bidang *DCGH*!

Gambar 9.5 Kubus *ABCD.EFGH*

Penyelesaian

Pandang kubus *ABCD.EFGH*, pada bidang *CDGH* dapat diperoleh:

- Titik sudut yang berada bidang *CDGH* adalah *D*, *C*, *G*, dan *H*.
- Titik sudut yang berada di luar bidang *CDGH* adalah *A*, *B*, *E*, dan *F*.

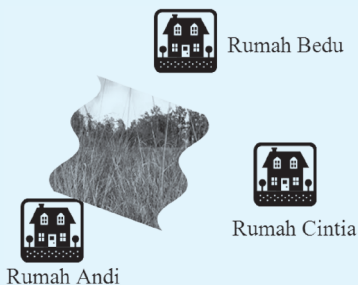
Pertanyaan Kritis

Jika suatu titik dilalui oleh garis atau bidang, apakah titik memiliki jarak terhadap garis dan apakah titik memiliki jarak terhadap bidang?

Definisi 9.1

1) Jika suatu titik dilalui garis, maka dikatakan titik terletak pada garis tersebut.
2) Jika suatu titik tidak dilalui garis, maka dikatakan titik tersebut berada di luar garis.
3) Jika suatu titik dilewati suatu bidang, maka dikatakan titik itu terletak pada bidang.
4) Jika titik tidak dilewati suatu bidang, maka titik itu berada di luar bidang.

b. Jarak antara Titik dan Titik

Masalah-9.2

Gambar-9.6 Peta rumah

Rumah Andi, Bedu, dan Cintia berada dalam satu pedesaan. Rumah Andi dan Bedu dipisahkan oleh hutan sehingga harus menempuh mengelilingi hutan untuk sampai ke rumah mereka. Jarak antara rumah Bedu dan Andi adalah 4 km sedangkan jarak antara rumah Bedu dan Cintia 3 km. Dapatkah kamu menentukan jarak sesungguhnya antara rumah Andi dan Cintia?

Alternatif Penyelesaian

Misalkan rumah Andi, Bedu, dan Cintia diwakili oleh tiga titik yakni *A*, *B*, dan *C*. Dengan membuat segitiga bantu yang siku-siku maka ilustrasi di atas dapat digambarkan menjadi:

Dengan memakai prinsip teorema Phytagoras, pada segitiga siku-siku ACB, maka dapat diperoleh panjang dari titik A dan C, yaitu:

Gambar 9.7 Segitiga siku-siku

$$AC = \sqrt{(AB)^2 + (BC)^2}$$

$$AC = \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$$

$$AC = \sqrt{25}$$

$$AC = 5.$$

Dari hasil di atas disimpulkan bahwa jarak antara titik A dan C adalah 5, maka jarak antara rumah Andi dan Cintia diperoleh 5 km.

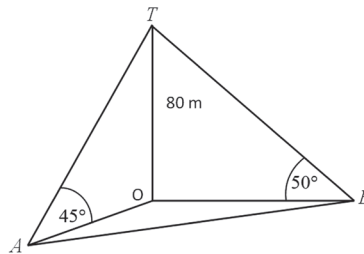
Masalah-9.3

Seorang satpam sedang mengawasi lalu lintas kendaraan dari atap suatu gedung apartemen yang tingginya 80 m mengarah ke lapangan parkir. Ia mengamati dua buah mobil yang yang sedang melaju berlainan arah. Terlihat mobil *A* sedang bergerak ke arah Utara dan mobil *B* bergerak ke arah Barat dengan sudut pandang masing-masing sebesar 50° dan 45°.
Berapa jarak antar kedua mobil ketika sudah berhenti di setiap ujung arah?

Alternatif Penyelesaian

Diketahui:

Misalkan: Mobil A = titik A, memiliki sudut pandang 50°
Mobil B = titik B, memiliki sudut pandang 45°.
Tinggi gedung = 80 m

Ditanya: Jarak antar kedua mobil sesudah berhenti?
Perhatikan ilustrasi masalah dalam gambar berikut.

Gambar 9.8 Posisi mobil dari gedung

Dari Gambar 9.8, kita memfokuskan perhatian terhadap segitga *AOT* dan segitiga *BOT*. Pada segitiga *TAO*, panjang *AO* dapat ditentukan dengan menggunakan perbandingan tangen.

$$\tan 45° = \frac{OT}{AO} = \frac{80}{AO} \Leftrightarrow AO = \frac{OT}{\tan 45°} = 80$$

Pada segitiga TOB,

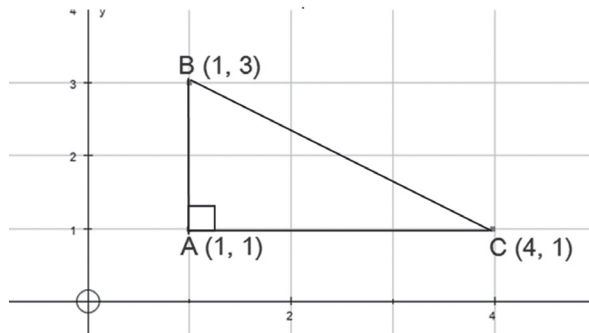
$$\tan 90° = \frac{OT}{BO} = \frac{80}{AO} \Leftrightarrow BO = \frac{OT}{\tan 50°} = 67,22$$

Masih dengan menggunakan teorema Phytagoras pada segitiga *AOB*, diperoleh

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(AO)^2 + (BO)^2} \\ &= \sqrt{(80)^2 + (67,22)^2} \\ &= \sqrt{10918,52} \\ &= 104,49 \end{aligned}$$

Maka diperoleh, jarak antara kedua mobil tersebut adalah 104,49 m.

Contoh 9.2

Perhatikan posisi titik titik berikut ini!

Gambar 9.9 Koordinat titik *A*, *B*, dan *C*

Jarak titik *A* (1,1) ke *C* (4,1) dapat ditentukan melalui formula,

$$AC = \sqrt{(4-1)^2 + (1-1)^2} = 3.$$

Dengan cara yang sama, kamu dapat tunjukkan panjang segmen garis *AB* dan *BC*, yaitu 2 dan $\sqrt{13}$.

Tentunya panjang ketiga segmen AB, BC, dan AC memenuhi Theorema Phytagoras. (Silahkan tunjukkan!).
Dari pembahasan di atas, dapat disimpulkan.

Rumus 9.1

Titik A, B, dan C adalah titik-titik sudut segitiga ABC dan siku-siku di C, maka jarak antara titik A dan B adalah:

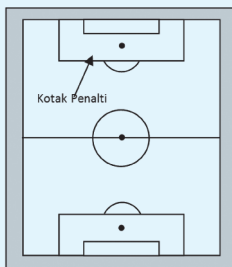
$$AB = \sqrt{(AC)^2 + (BC)^2}$$

c. Jarak Titik ke Garis

Seperti diuraikan di awal bab ini, kamu pasti sudah mengetahui kedudukan titik terhadap garis. Terdapat dua kemungkinan titik pada garis, yaitu titik terletak pada garis atau titik berada di luar garis. Titik dikatakan terletak pada garis, jika titik tersebut dilalui oleh garis. Dalam hal ini, jarak titik ke garis adalah nol. Dari Gambar 9.10, kita dapat melihat bahwa titik A dan B terletak pada garis g. Titik A dan titik B dikatakan sebagai titik yang segaris atau *kolinear*.

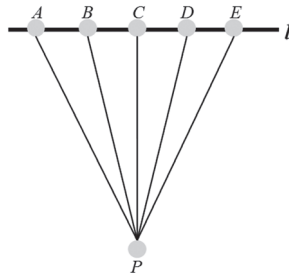
Gambar 9.10 Titik terletak pada garis

Untuk selanjutnya mari kita cermati kemungkinan jarak titik yang tidak terletak pada suatu garis, dengan kata lain kita akan mengkaji jarak titik terhadap garis dengan kegiatan dan permasalahan berikut.

Masalah-9.4

Gambar 9.11 Lapangan sepakbola

Bentuklah tim kelompokmu, kemudian pergilah ke lapangan sepakbola yang ada di sekolahmu. Ambil alat ukur sejenis meteran yang digunakan untuk mengukur titik penalti terhadap garis gawang. Ukurlah jarak antara titik penalti terhadap titik yang berada di garis gawang, lakukan berulang-ulang sehingga kamu menemukan jarak yang minimum antara titik penalti dengan garis gawang tersebut!

Alternatif Penyelesaian

Jika dimisalkan titik pinalti adalah titik P dan garis gawang merupakan garis lurus l. Tentukanlah beberapa titik yang akan diukur, misalkan titik-titik tersebut adalah A, B, C, D, dan E. Kemudian ambil alat ukur sehingga kamu peroleh jarak antara titik P dengan kelima titik tersebut. Isilah hasil pengukuran kamu pada tabel yang tersedia.

Gambar 9.12 Jarak titik

Tabel 8.1 Jarak Titik Penalti

Titik	Jarak
P dan A	
P dan B	
P dan C	
P dan D	
P dan E	

Apakah panjang ruas garis PA, PB, PC, PD, PE, adalah sama? Menurutmu, bagaimana menentukan jarak dari titik P ke garis l? Apa yang dapat kamu simpulkan?

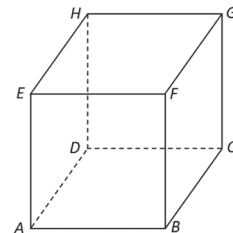
Gambar 9.13 Proyeksi titik P pada garis l

Sekarang, coba kamu bayangkan ada cahaya yang menyinari titik P tepat di atasnya. Tentu saja akan diperoleh bayangan titik P pada garis, yaitu P'. Untuk itu kita dapat mengatakan bahwa panjang PP' merupakan jarak titik P ke garis l . Sedangkan, P' merupakan projeksi titik P pada garis l. Jadi, jarak titik p ke garis l adalah PP'.

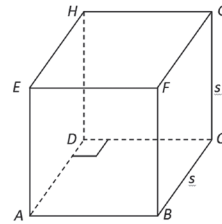
Contoh 9.3

Diketahui kubus $ABCD.EFGH$. Tentukan projeksi titik A pada garis

a. CD!

b. BD!

Gambar 9.14 Kubus *ABCDEFGH*

Penyelesaian

a. Proyeksi titik A pada garus CD
Jika dari titik A ditarik garis yang tegak lurus terhadap segmen garis CD maka diperoleh titik D sebagai hasil proyeksinya ($AD \perp CD$).

Gambar 9.15 Proyeksi titik *A* pada garis *CD*

Gambar 9.16 Proyeksi titik *A* pada garis *BD*

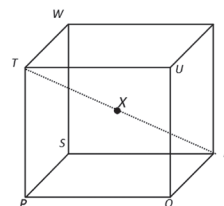
b. Proyeksi titik A pada garis BD
Jika dari titik A ditarik garis yang tegak lurus terhadap segmen garis BD maka diperoleh titik T sebagai hasil proyeksinya ($AT \perp BD$).

Sebuah kubus $PQRS.TUVW$, panjang rusuknya 4 cm. Titik X terletak pada pusat kubus tersebut, seperti yang disajikan pada Gambar 8.17.

- Mintalah penjelasan dari gurumu tentang arti titik pusat kubus (bangun ruang).

Hitunglah jarak antara

i. titik R dan X

ii. titik X dan garis PQ

Gambar 9.17 Kubus *PQRS.TUVW* dengan titik pusat *X*

Penyelesaian

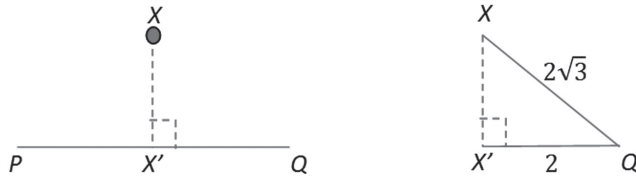
Diketahui panjang rusuk kubus $a = 4$ cm.

i. Karena X adalah titik tengah ruas garis RT, maka jarak $RX = \frac{1}{2}RT$. RT merupakan diagonal ruang kubus sehingga berdasarkan sifat kubus, panjang diagonal ruang kubus adalah $a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ sehingga,

$$RX = \frac{1}{2}RT$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3}$$
$$= 2\sqrt{3}$$

Diperoleh, jarak titik R ke X adalah $2\sqrt{3}$ cm.

ii. Perhatikan gambar berikut.

Jarak antara X dan PQ adalah panjang ruas garis XX'. Dengan menggunakan segitiga siku-siku $XX'Q$, kita akan menentukan panjang XX'.

$X'Q = \frac{1}{2} PQ = 2$, sementara $XQ = \frac{1}{2} QW = 2\sqrt{3}$ sehingga

$$XX' = \sqrt{(XQ)^2 - (X'Q)^2}$$
$$= \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 2^2}$$
$$= \sqrt{12 - 4}$$
$$= 2\sqrt{2}$$

Jadi, jarak antara titik X ke PQ adalah $2\sqrt{2}$cm.

d. Jarak Titik Ke Bidang

Dalam satu bidang, kita dapat menemukan titik-titik dan membentuk garis. Mari kita cermati masalah berikut ini yang terkait dengan masalah jarak titik terhadap suatu bidang.

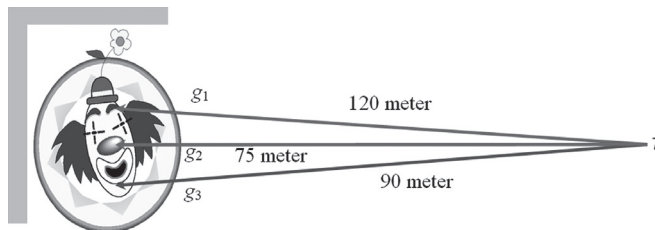
Masalah-9.5

Perhatikan gambar berikut ini.

Gambar 9.18 Seorang pemanah sedang melatih kemampuan memanah

Tino, seorang atlet panahan, sedang mempersiapkan diri untuk mengikuti satu pertandingan besar tahun 2012. Pada satu sesi latihan di *sport center*, mesin pencatat kecepatan menunjukkan, kecepatan anak panah 40 m/det, dengan waktu 3 detik, tetapi belum tepat sasaran.
Oleh karena itu, Tino, mencoba mengganti jarak posisi tembak semula terhadap papan target sedemikian sehingga mampu menembak tepat sasaran, meskipun kecepatan dan waktu berubah sesuai dengan perubahan jarak.
Berapakah jarak minimal posisi Tino terhadap target?

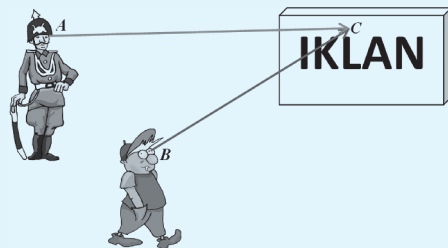
Alternatif Penyelesaian

Tentunya, lintasan yang dibentuk anak panah menuju papan target berupa garis lurus. Keadaan tesebut dapat kita ilustrasikan sebagai berikut.

Kondisi awal, jarak antara posisi Tino terhadap papan target dapat diperoleh dari rumusan berikut.

$$s = v.t \Leftrightarrow 3\ 40 = 120 \text{ m}.$$

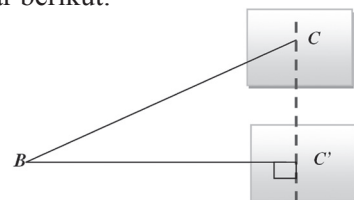
Dari dua hasil pergantian posisi, pada tembakan ketiga, dengan posisi 75 m, Tino berhasil menembak pusat sasaran pada papan target.
Posisi Tino, dapat kita sebut sebagai posisi titik T, dan papan target kita misalkan suatu bidang yang diletakkan dengan p satuan jarak dari titik T.
Cermati garis g_1, walaupun panjang garis itu tersebut =120 meter, bukan berarti itu menjadi jarak titik T terhadap papan target. Sama halnya dengan garis g_3, bukan berarti jarak Tino terhadap papan target sebesar 90 meter. Tetapi panjang garis g_2, merupakan jarak titik T terhadap papan target.
Jadi, metode menghitung jarak antara satu objek ke suatu bidang harus membentuk lintasan garis lurus yang tegak lurus terhadap bidang.

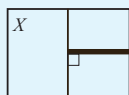
Masalah-9.6

Suatu perusahaan iklan, sedang merancang ukuran sebuah tulisan pada sebuah spanduk, yang akan dipasang sebuah perempatan jalan. Tulisan/ikon pada spanduk tersebut diatur sedemikian sehingga, setiap orang (yang tidak mengalami gangguan mata) dapat melihat dan membaca dengan jelas spanduk tersebut. Ilustrasi keadaan tersebut diberikan pada Gambar 9.19 berikut ini.

Gambar 9.19 Sudut pandang dua orang terhadap suatu spanduk

Pada Gambar 9.19, jarak titik A terhadap spanduk adalah panjang garis AC, karena garis AC tegak lurus terhadap bidang spanduk. Panjang garis BC bukanlah jarak sesungguhnya jarak si B terhadap spanduk. Untuk menentukan jarak si B terhadap bidang (spanduk), diilustrasikan pada gambar berikut.

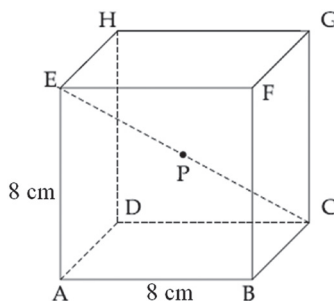
Titik C' merupakan projeksi titik C pada bidang yang sama (spanduk). Jadi jarak sebenarnya titik B terhadap spanduk sama dengan jarak titik B terhadap titik C'.

Jelasnya untuk keadaan ini, teorema Phytagoras berperan untuk menyelesaikan masalah jarak.

Gambar 9.20 Jarak titik B ke titik C

Definisi 9.2

Misalkan X adalah suatu bidang datar, dan titik P merupakan sebuah titik yang berada diluar bidang X. Jarak antara titik P terhadap bidang X, merupakan jarak titik P ke tiitk berat bidang X.

Contoh 9.5

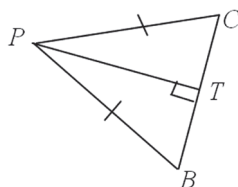
Perhatikan kubus di samping.
Kubus *ABCD.EFGH*, memiliki panjang rusuk 8 cm.
Titik P terletak pada pusat kubus tersebut.

Hitunglah jarak
a) Titik B dan P!
b) Titik P ke BC!

Gambar 9.21 Kubus *ABCD.EFGH* titik pusat *P*

Penyelesaian

Cermati gambar kubus di atas. Tentunya, dengan mudah kamu dapat menentukan bahwa panjang $AC = 8\sqrt{2}$ cm , dan panjang diagonal ruang $CE = 8\sqrt{3}$ cm.

a) Karena P merupakan titik terletak pada pusat kubus, maka panjang segmen garis $BP = \frac{1}{2}BH = \frac{1}{2}CE = 4\sqrt{3}$ cm.

b) Jarak titik P terhadap BC, berarti kita akan menghitung jarak titik terhadap garis. Lebih jelas kondisi tersebut, cermati segitiga sama kaki BPC pada Gambar 9.22

$PB = PC = 4\sqrt{3}$
$BC = 8$ cm

Gambar 9.22 Segitiga sama kaki *BPC*

Dari Gambar 9.22 di atas berlaku:

$$PT^2 = PB^2 - BT^2$$

$$PT^2 = \left(5\sqrt{3}\right)^2 - (4)^2 = 32$$

$$PT = 4\sqrt{2} \text{ cm.}$$

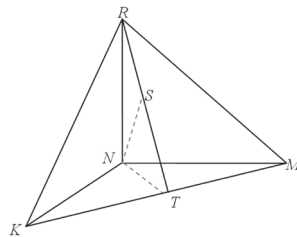
- Tolong tentukan ulang jarak titik P terhadap garis BC, dengan menggunakan cara lain. Pastikan hasil yang kamu peroleh sama dengan hasil perkerjaan di atas!

Contoh 9.6

Sebuah kubus *KLMN.OPQR* memiliki panjang rusuk 6 cm. Perhatikan segitiga *KLR*, tentukanlah jarak titik *N* ke bidang *KMR*

Gambar 9.23 Kubus *KLMN.OPQR*

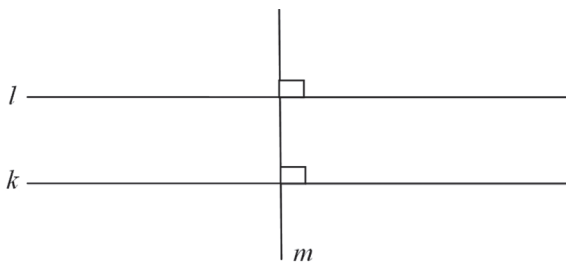
Penyelesaian

Untuk memudahkan kita menyelesaikan persoalan di atas, ada baiknya kita mendeskripsikan sebagai berikut.

$KM = 6\sqrt{2}$ cm
$RT = 3\sqrt{6}$ cm
$NT = 3\sqrt{2}$ cm

Sekarang, cermati bahwa segitiga KMR menjadi bidang penghubung menentukan panjang titik N ke bidang KMR, yaitu NS. Dengan menggunakan perbandingan panjang rusuk segitiga, maka berlaku:

$NT.NR = RT.NS \Leftrightarrow 3\sqrt{2}.6 = 3\sqrt{6}.NS$, sehingga diperoleh: $NS = 2\sqrt{3}$ cm.

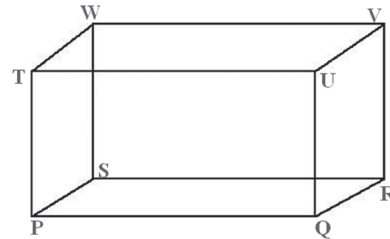
e. Jarak antara Dua Garis dan Dua Bidang yang Sejajar

Mari kita cermati gambar berikut ini.

Gambar 9.24 Dua garis sejajar, *k* dan *l* dipotong secara tegak lurus oleh garis *m*

Garis *k* dan *l* dikatakan sejajar jika jarak antara kedua garis tersebut selalu sama (konstan), dan jika kedua garis tidak berhimpit, maka kedua garis tidak pernah berpotongan meskipun kedua garis diperpanjang. *Nah*, sekarang kita akan memperhatikan rusuk-rusuk yang sejajar dalam suatu bangun ruang.

Misalnya, Balok *PQRS.TUVW* pada Gambar 9.25, semua rusuk pasangan rusuk yang sejajar pasti sama panjang. Misalnya, rusuk *PQ* sejajar dengan *RS*, yang terletak pada bidang *PQRS*.

Lebih lanjut, bidang *PSTW* sejajar dengan bidang *QRVU*, dan jarak antara kedua bidang tersebut adalah panjang rusuk yang menghubungkan kedua bidang.

Rusuk *PQ* memotong rusuk *QU* dan *QR* secara tegak lurus, maka sudut segitiga *PQR* adalah 90°.

Gambar 9.25 Balok *PQRS.TUVW*

Uji Kompetensi 9.1

1 Diketahui kubus *PQRS.TUVW* dengan panjang rusuk 5 cm. Titik *A* adalah titik tengah RT. Hitunglah jarak antara
   a. titik *V* dan titik *A*!
   b. titik *P* dan *A*!
   c. titik *A* dan garis *SQ*!
   d. titik *Q* dan garis *RW*!
   e. titik *P* dan garis *RT*!

2. Diketahui balok *ABCD.EFGH* dengan *AB* = 4 cm, *BC* = 8 cm, dan *BF* = 10 cm. Hitunglah jarak antara
   a. titik *B* dan bidang *ACGE*!
   b. titik *G* dan bidang *CDEF*!

3. Garis *AB* dan *CD* sejajar dan berjarak 4 satuan. misalkan *AD* memotong *BC* di titik *P* di antara kedua garis. Jika *AB* = 4 satuan luas dan *CD* =12 satuan, berapa jauh titik *P* dari garis *CD*?

4. Diberikan persegi panjang *PQRS*. titik *Q* terletak di dalam *PQRS* sedemikian rupa sehingga *OP* = 3 cm, *OQ* = 12 cm. panjang *OR* adalah …

5. Tentukan jarak antara titik R dengan bidang *PWU* pada kubus *PQRS.TUVW*! Panjang rusuk kubus 12 cm.

6. Balok *ABCD.PQRS* memiliki rusuk alas *AB* = 4 cm, *BC* = $3\sqrt{2}$ cm, dan rusuk tegak *AP* = $2\sqrt{6}$ cm. Tentukan
   a. jarak antara *QR* dan *AD*!
   b. jarak antara *AB* dan *RS*!

Projek

Himpunlah permasalahan teknik bangunan, ekonomi, dan masalah nyata disekitarmu yang melibatkan titik, garis, bangun datar dan bangun ruang. Selidikilah sifat-sifat geometri di dalam permasalahan tersebut dan ujilah kebenarannya. Buatlah laporan hasil kerja kelompokmu dan sajikan di depan kelas.

2. Menemukan Konsep Sudut pada Bangun Ruang

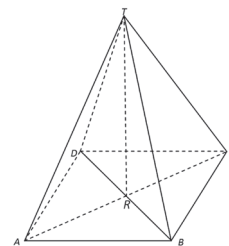
Jika kita memperhatikan sudut yang dibentuk oleh rusuk-rusuk pada kubus dan balok, semua sudut yang terbentuk adalah sebesar 90°, atau sudut siku-siku. Selanjutnya, pada subbab ini, kita akan mengkaji sudut yang terbentuk pada bangun lain misalnya limas atau kerucut.
Mari kita cermati masalah di bawah ini.

Masalah-9.7

Gambar 9.25 Gambar Candi Borobudur

Candi Borobudur merupakan salah satu aset budaya Indonesia yang berharga dan terkenal. Mungkin, tujuan parawisata ini bukanlah sesuatu hal yang baru bagi kamu. Tetapi, tahukah kamu ukuran candi tersebut? Ternyata, luas bangunan candi adalah 123 m × 123 m dengan tinggi bangunan 34,5 m dan memiliki 1460 relief, 504 Arca Buddha, serta 72 stupa. Candi Borobudur memiliki 10 tingkat (melambangkan sepuluh tingkatan *Bodhisattva* yang harus dilalui untuk mencapai kesempurnaan menjadi Buddha) terdiri dari 6 tingkat berbentuk bujur sangkar, 3 tingkat berbentuk bundar melingkar, dan sebuah stupa utama sebagai puncaknya.

Alternatif Penyelesaian

Jika kita mengamati kerangkanya, candi tersebut berbentuk limas persegi, seperti yang diilustrasikan berikut ini.
Karena alas Candi Borobudur berbentuk persegi, maka panjang $AB = BC = CD = AD = 123$ m, dan tinggi candi, yaitu 34,5 m atau $TR = 34,5$ m.
Garis tinggi TR memotong diagonal AC dan DB secara tegak lurus. Oleh karena itu, pada segitiga TAR berlaku

Gambar 9.26 Limas *T.ABCD*

$TR^2 + AR^2 = TA^2$, 20 dengan $AR = \frac{123\sqrt{2}}{2}$ m dan TR = 34,5 m, sehingga diperoleh:

$$TA^2 = \left(\frac{123\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (34{,}5)^2$$

$$TA^2 = 11346.75 + 1190{,}25 = 12537$$

$$TA = \sqrt{12537} = 111{,}968 \approx 112 \text{ m.}$$

Karena bidang $ABCD$ merupakan persegi, berlaku bahwa $TA = TB = TC = TD = 112$ m. Selanjutnya, untuk menentukan besar sudut yang dibentuk oleh TA terhadap bidang alas, mari kita perhatikan segitiga TAR. Dengan menggunakan perbandingan cosinus, berlaku

$$\cos A = \frac{AR}{TA} = \frac{61{,}5\sqrt{2}}{112} = 0{,}77.$$

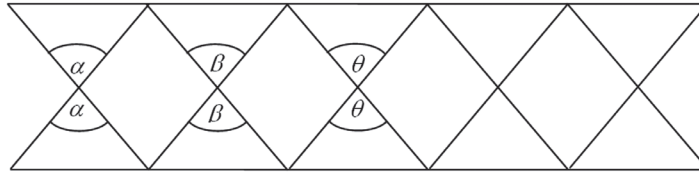
Dengan menggunakan kalkulator atau tabel trigonometri, nilai arcos A = 39,5°. Jelasnya besar sudut TAR, TBR, TCR , dan TDR adalah sama besar, yaitu 39,5°. Jadi, sudut kemiringan yang dibentuk sisi miring dari dasar candi ke puncak candi adalah sebesar 39,5°.
Sedangkan besar sudut yang terbentuk di puncak candi, dapat kita tentukan dengan menentukan besar sudut ATR pada segitiga siku-siku TAR. Dengan menggunakan perbandingan tangen, dinyatakan

$$\tan \angle ATR = \frac{AR}{TR} = \frac{61{,}5\sqrt{2}}{34{,}5} = 2{,}52.$$

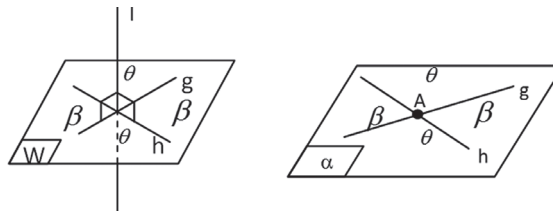
Nilai arctan $\angle ATR$ = 68,35°.
Jelasnya, besar $\angle BTR = \angle CTR = \angle DTR \approx 68{,}35°$.
Jadi besar sudut dipuncak candi merupakan $\angle ATC$ atau besar $\angle BTD$, yaitu sebesar 2.($\angle ATR$) = 136,7°.

Perhatikan Ilustrasi berikut!

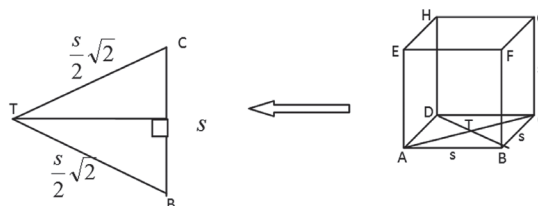
Gambar di samping menunjukkan kondisi sebuah jembatan dengan kerangka besi.
Susunan besi-besi pada jembatan membentuk sudut-sudut. Jika keadaan tersebut, ditungkan dalam kajian geometris, sudut-sudut terbentuk diilustrasikan sebagai berikut.

Gambar 9.27 Jembatan dengan tiang penyangga besi

Gambar 9.28 Ilustrasi beberapa dua garis berpotong menghasilkan sudut yang sama besar

Pada satu bidang, hasil perpotongan satu garis berwarna hitam dengan satu garis berwarna, menghasilkan dua sudut yang masing-masing besarnya sama. Hubungan kedua sudut yang sama besar ini disebut dua sudut yang bertolak belakang.
Secara umum, dapat kita tuliskan sifat-sifat sudut yang dihasilkan dua garis dalam bidang sebagai berikut.

> **Sifat dua garis dalam satu bidang yang sama**
> Misalkan garis *k* dan garis *l* berpotongan secara sembarang, maka pasangan sudut yang dihasilkan (ada dua pasang) besarnya sama.

Contoh 9.7

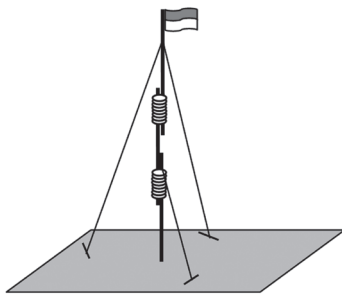
Tentukanlah besar sudut yang dibentuk diagonal bidang *ABCD* pada suatu balok *ABCD.EFGH* dengan panjang rusuk *s* cm.

Penyelesaian

Cermati segitiga *BTC*, dengan menggunakan perbandingan sinus bahwa:

$$Sin\ B = \frac{TS}{TB} = \frac{{}^{1}\!/_{2}\, s}{{}^{s}\!/_{2}\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$$

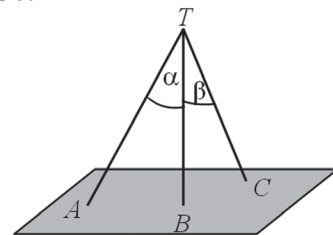
Maka arcos sin $B = 45°$, artinya besar sudut $B = 45°$. Karena $TB = TC$, maka besar sudut $C = 45°$. Akibatnya, besar sudut $BTC = 90°$.
Meskipun terdapat 4 segitiga yang terbentuk pada bidang alas kubus *ABCD.EFGH*, kondisinya berlaku sama untuk setiap sudut yang terkait titik perpotongan diagonal bidang *ABCD*.

a. Sudut Antara Dua Garis Dalam Ruang

Ilustrasi.

Gambar 9.29 Tiang bendera

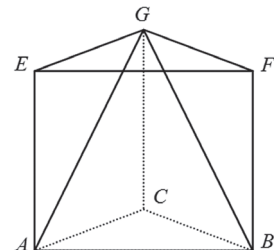
Satu tim pramuka membuat tiang bendera dari tiga tongkat dan tali pandu. Tiang bendera tersebut disambung dan diikat menjadi sebuah tiang. Tiang tersebut berdiri tegak dengan bantuan tali yang diikat pada tongkat dan ditarik dengan kuat ke pasak yang sudah ditancapkan ke tanah ketiga arah. Perhatikan Gambar 9.29.

Mari kita misalkan tiang bendera dan tali tersebut adalah sebuah garis. Gambar di atas dapat kita sketsa kembali dengan lebih sederhana. Perhatikan Gambar 9.30.

TB adalah tiang bendera dengan *TC* dan *TA* adalah tali pandu. Dari Gambar 9.30, jelas kita lihat bahwa sudut yang dibentuk oleh *TB* dan *TA* adalah α dan sudut yang dibentuk oleh *TB* dan *TC* adalah β.

Gambar 9.30 Sudut pada 2 garis

Contoh 9.8

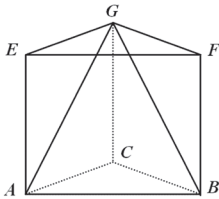
Sebuah prisma segitiga *ABC.EFG* dengan alas berupa segitiga sama sisi *ABC* dengan sisi 6 cm dan panjang rusuk tegak 10 cm. Tentukanlah besar sudut yang dibentuk:

a. Garis *AG* dan garis *BG*!
b. Garis *AG* dan garis *AB*!

Gambar 9.31 Prisma segitiga *ABC.EFG*

Penyelesaian

Berdasarkan Gambar 9.31

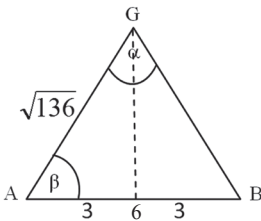
$AB = BC = AC = 6$ cm

$AE = BF = CG = 10$ cm

Perhatikan segitiga AEG siku-siku di E sehingga dengan teorema phytagoras:

$$AG = \sqrt{AE^2 + EG^2}$$

$$AG = \sqrt{100 + 36}$$

$$AG = \sqrt{136}$$

Perhatikan segitiga sama kaki AGB.

Dengan perbandingan nilai cosinus, diperoleh:

$$\cos \beta = \frac{AG^1}{AG} = \frac{3}{\sqrt{136}}$$

$$= 0{,}257247878$$

$$\beta = \text{arc cos } 0{,}257247878$$

$$= 75{,}09°$$

Karena ΔABG adalah segitiga sama kaki, maka nilai α adalah sebagai berikut.

$\angle AGB = \alpha = 180 - 2\ \angle GAB$

$= 180 - 2\beta$

$= 180 - 2(75{,}09)$

$= 360 - 150{,}18$

$= 29{,}82$

Berarti besar sudut α adalah $29{,}82°$.

Contoh 9.9

Perhatikan gambar! Pada balok $ABCD.EFGH$, titik Q di tengah CD. Jika panjang $AB = 12$ cm, $BC = 8$ cm dan $CG = 8$ cm maka besar sudut antara garis AH dan BQ adalah ...

Penyelesaian

Perhatikan gambar!

Gambar 9.32 Kubus *ABCD.EFGH*

Untuk mendapatkan sudut yang dibentuk oleh garis AH dan BQ, kita perlu menggeser garis AH sepanjang rusuk EF sehingga garis

AH dapat diwakili garis BG. Sudut yang dibentuk adalah α.

Perhatikan segitiga BCQ, siku-siku di C; $BC = 8$; $CQ = 6$ sehingga dengan teorema Phytagoras diperoleh.

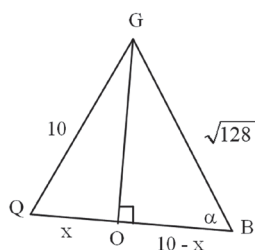
$$BQ = \sqrt{BC^2 + CQ^3} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

Perhatikan segitiga BFG, siku-siku di F; $BF = 8$; $FG = 8$ sehingga dengan teorema Phytagoras diperoleh.

$$BG = \sqrt{BF^2 + FG^2} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128}$$

Perhatikan segitiga QCG, siku-siku di C; $CG = 8$; $CQ = 6$ sehingga dengan teorema Phytagoras diperoleh.

$$QG = \sqrt{QC^2 + CG^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

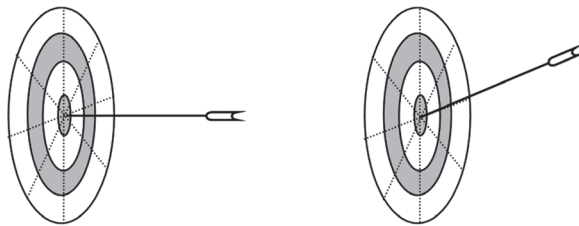
Perhatikan segitiga QBG dengan α adalah sudut garis QB dan BG.
Dengan teorema phytagoras pada segitiga siku-siku QOG dan BOG,

$$\sqrt{QG^2 - QO^2} = \sqrt{BG^2 - BO^2}$$
$$\sqrt{100 - x^2} = \sqrt{128 - (10 - x)^2}$$
$$100 - x^2 = 128 - (10 - x)^2$$
$$100 - x^2 = 128 - 100 + 20x - x^2$$
$$100 = 28 + 20x$$
$$72 = 20x \text{ atau } x = 3,6$$

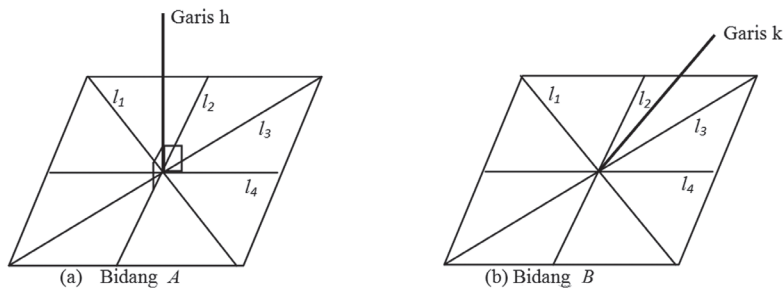
Perhatikan segitiga BOG siku-siku di O, sehingga:

$$\cos\alpha = \frac{10 - x}{\sqrt{128}} = \frac{6,4}{\sqrt{128}} \approx 0,57 \text{ atau } \alpha \text{ arc cos } (0,57) = 55,55°.$$

b. Sudut antara Garis dan Bidang pada Bangun Ruang

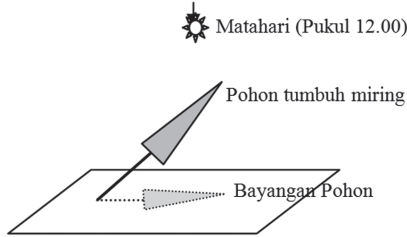
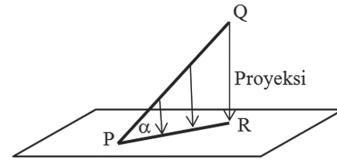
Ilustrasi 1

Dua orang pemanah sedang latihan memanah di sebuah lapangan. Kedua pemanah tersebut berhasil memanah tepat pada sasaran. Masing-masing anak panah menancap tepat di pusat sebuah bidang sasaran seperti pada Gambar 9.33 berikut!

Gambar 9.33 Anak panah

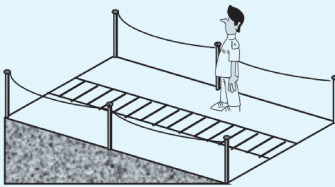
Bagaimana pengamatanmu? Tentu, kita mengatakan kedua anak panah menancap tepat pada sasaran. yaitu pada pusat bidang. Tetapi, coba kamu perhatikan posisi kedua anak panah tersebut terhadap bidang. Posisi kedua anak panah tersebut tentu sangat berbeda. Mari kita misalkan anak panah tersebut adalah sebuah garis dan papan target anak panah adalah sebuah bidang (sebut bidang A dan B serta garis h dan k) sehingga kita ilustrasikan kembali posisi anak panah tersebut seperti gambar berikut.

Gambar 9.34 Perpotongan garis dengan bidang di satu titik

Dengan demikian, anak panah yang menancap pada bidang adalah sebuah ilustrasi bahwa sebuah garis dapat memotong sebuah bidang di satu titik. Perhatikan Gambar 9.34 (a), garis h selalu tegak lurus terhadap semua garis yang ada pada bidang, sehingga garis h disebut tegak lurus terhadap bidang. Garis yang tegak lurus pada bidang, kita sebut membentuk sudut 90° terhadap bidang. Perhatikan Gambar 9.34 (b). Garis k tidak tegak lurus terhadap bidang atau garis k tidak membentuk sudut 90° terhadap bidang tetapi membentuk sudut yang lain dengan bidang. Dapatkah kamu menentukan besar sudut yang tersebut? Mari kita pelajari ilustrasi berikut.

Ilustrasi 2

Perhatikan gambar!

Gambar 9.35 Bayangan pohon miring

Gambar 9.36 Proyeksi *PQ* ke bidang

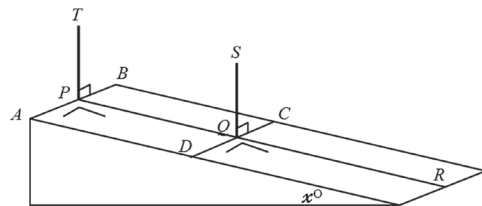
Sebuah pohon tumbuh miring di sebuah lapangan. Pada siang hari pada pukul 12.00, matahari akan bersinar tepat di atas pohon tersebut sehingga bayangan pohon tersebut merupakan projeksi orthogonal pada lapangan. Misalkan garis PQ adalah pohon sehingga projeksi PQ adalah PR seperti gambar. Dengan demikian, sudut yang dibentuk oleh PQ dengan bidang adalah sudut yang dibentuk oleh garis PQ dengan proyeksinya pada bidang tersebut yaitu sudut QPR. Pada Gambar 9.35 disebut sudut α.

Masalah-9.8

Gambar 9.37 Bidang miring

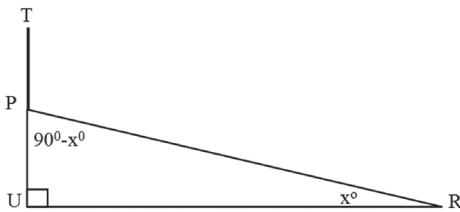
Perhatikan tangga berikut. Seorang bapak sedang berdiri di tangga dengan kemiringan x^0. Dapatkah kamu tentukan sudut yang dibentuk oleh badan bapak tersebut dengan bidang miring?

Alternatif Penyelesaian

Mari kita sederhanakan sketsa bidang miring tersebut.

Misalkan PT atau QS adalah tinggi badan bapat tersebut. Kita ambil sebuah AB sehingga PT tegak lurus dengan AB dan garis DC segubgga QS tegak lurus dengan DC.

Gambar 9.38 Sketsa sederhana bidang miring 1

Perhatikan juga bahwa garis PR terletak pada bidang sehingga PR tegak lurus dengan PT ataupun pada QS. Dengan demikian garis PR akan mewakili bidang miring tersebut. Sudut yang dibentuk badan bapak tersebut dengan permukaan bidang miring akan diwakili oleh sudut yang dibentuk oleh garis PT dengan garis PR. Kita sederhanakan kembali sketsa di atas.

Gambar 9.39 Sketsa sederhana bidang miring

Perhatikan segitiga PUR dengan siku-siku di U atau sudut U adalah 90°.

$\angle UPR + \angle PUR + \angle PRU = 180°$

$\angle UPR + 90° + x° = 180°$

$\angle UPR = 90° - x°$

Perhatikan bahwa sudut TPR adalah pelurus dengan sudut UPR sehingga:

$\angle TPR + \angle UPR = 180°$

$\angle TPR + 90° - x° = 180°$

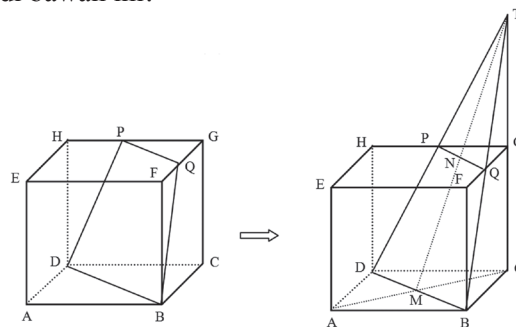
$\angle TPR = 90° + x°$

Dengan demikian, sudut yang dibentuk oleh badan bapak tersebut dengan permukaaan bidang miring adalah $90° + x°$.

Contoh 9.10

Pada kubus $ABCD.EFGH$ dengan panjang rusuk 12 cm. Titik P di tengah rusuk GH dan titik Q di tengah FG. Tentukanlah sudut antara garis CG dengan bidang $BDPQ$.

Penyelesaian

Perhatikan gambar di bawah ini!

Gambar 9.40 Kubus *ABCD.EFGH*

Jika kita perpanjang garis *BQ*, *CG*, dan *DP* maka ketiga garis akan berpotongan di satu titik *T*. Perhatikan segitiga sama kaki *TBD*. *TM* adalah garis tinggi.
Anda tentu masih ingat konsep kesebangunan bukan. Perhatikan kesebangunan antara segitiga *TBC* dengan segitiga *TQG*, yaitu:

$$\frac{TG}{TC}=\frac{GQ}{CB} \text{ atau } \frac{TG}{TG+GC}=\frac{GQ}{CB} \Leftrightarrow \frac{TG}{TG+12}=\frac{6}{12}$$

$$\Leftrightarrow 2TG = TG+12$$

$$\Leftrightarrow TG = 12$$

Perhatikan segitiga ABC, siku-siku di B

$$AC=\sqrt{AB^2+BC^2} \text{ atau } AC = \sqrt{12^2+12^2} \qquad \times$$

$$AC = \sqrt{12^2\times 2}$$

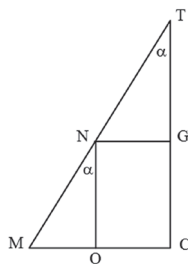
$$AC = 12\sqrt{2}$$

$$\text{sehingga } CM=\frac{AC}{2}=6\sqrt{2}$$

Perhatikan segitiga *TCM*, siku-siku di *C*

$$TM=\sqrt{TC^2+CM^2} \text{ atau } TM=\sqrt{(24)^2+(6\sqrt{2})^2}$$

$$TM=\sqrt{576+72}$$

$$TM=\sqrt{648}$$

Perhatikan segitiga *TBD* berpotongan dengan garis *TC* di titik *T* sehingga sudut yang dibentuk *TBD* dan garis *TC* adalah α. Kemudian perhatikan segitiga *TCM*, tan $\alpha=\frac{MO}{ON}=\frac{CM}{TC}\tan\alpha=\frac{6\sqrt{2}}{24}=\frac{1}{4}\sqrt{2}$.

Dengan menggunakan kalkulator maka

$$\alpha=\arctan\left(\frac{1}{4}\sqrt{2}\right)=19{,}5°$$

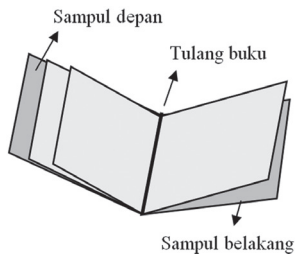
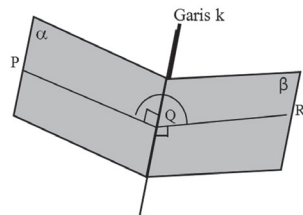
Selain dicari dengan tan, coba kamu cari dengan sin dan cos, apakah hasilnya sama?

c. Sudut antara Dua Bidang pada Bangun Ruang

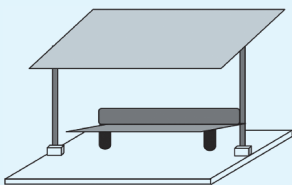
Pada sub-bab ini, kita akan mencoba menemukan konsep sudut antara dua bidang pada bangun ruang. Marilah kita mengamati dan mempelajari ilustrasi berikut.

Ilustrasi 3

Perhatikan gambar buku berikut. Sebuah buku terdiri dari beberapa halaman terbuka seperti Gambar 9.41. Kumpulan tersebut sering disebut dengan berkas. Halaman per halaman merupakan bentuk dari sebuah bidang. Misalkan saja, kita ambil sampul buku depan dengan sampul belakang. Kita sebut sampul buku depan adalah bidang α dan sampul buku belakang adalah bidang β. Tentu saja anda sudah mengerti bahwa buku memiliki tulang buku, dan tulang buku tersebut dimisalkan dengan sebuah garis k.

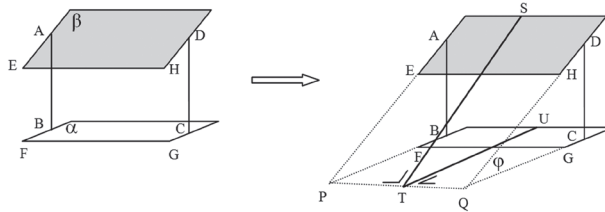
Perhatikan gambar.

Gambar 9.41 Buku **Gambar 9.42 Berkas atau buku**

Berdasarkan gambar di atas, kedua sampul buku berpotongan di tulang buku atau bidang α dan bidang β berpotongan di garis k. Perhatikan bahwa garis PQ tegak lurus dengan garis k dan garis RQ tegak lurus juga dengan garis k. Dengan demikian, sudut yang dibentuk oleh bidang α dan bidang β adalah sudut yang dibentuk oleh garis PQ dan RQ.

Masalah-9.9

Gambar 9.43 Halte

Sebuah halte berbentuk seperti Gambar 9.43. Jika atap halte dibuat tidak sejajar dengan lantai maka dapatkah anda tentukan sudut yang dibentuk oleh atap dan lantai halte tersebut.

Alternatif Penyelesaian

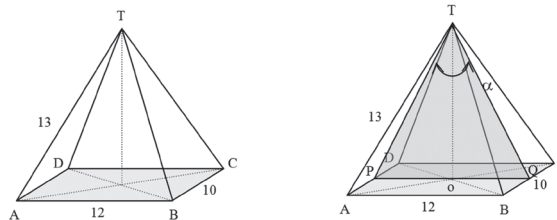
Mari kita sederhanakan sketsa gambar tersebut.

Gambar 9.44 Sketsa sederhana halte

Pengamatan kita terfokus pada bidang atap dan lantai. Kita sebut saja bidang lantai adalah bidang α dan bidang β. Karena bidang atap tidak dibangun sejajar maka sudah pasti bahwa kedua bidang pasti berpotongan dan membentuk sudut walaupun secara visual, kedua bidang tidak bersentuhan. Untuk mendapatkan garis perpotongan kedua bidang maka kita dapat memperpanjang rusuk-rusuk kedua bidang. Perhatikan gambar di sebelah kanan anda.

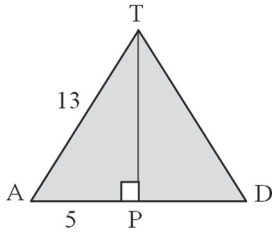
Rusuk *AE* diperpanjang menjadi *AP*
Rusuk *BF* diperpanjang menjadi *BP*
Rusuk *DH* diperpanjang menjadi *DQ*
Rusuk *CG* diperpanjang menjadi *CQ*
Dari gambar dapat kita lihat, garis *PQ* adalah perpotongan kedua bidang. Garis *ST* tegak lurus dengan *PQ* dan garis *UT* juga tegak lurus dengan *PQ*. Dengan demikian, sudut antara bidang α dan bidang β adalah φ.

Contoh 9.11

Sebuah limas *T.ABCD*, dengan panjang $TA = 13$, $AB = 12$, $CD = 10$. Jika α adalah sudut yang dibentuk oleh bidang *TAD* dengan bidang *TBC*, tentukanlah besar α.

Penyelesaian

Gambar 9.45 Limas *T.*ABCD

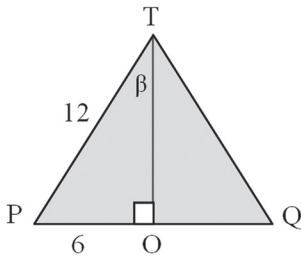
Bidang *TAD* dan bidang *TBC* berpotongan pada titik *T*. Garis tinggi *TAD* adalah *TP* dan garis tinggi *TBC* adalah *TQ* sehingga sudut yang dibentuk oleh bidang *TAD* dan bidang *TBC* diwakili oleh garis tinggi *TP* dan *TQ* sehingga sudut yang dibentuk oleh kedua bidang adalah sudut α.

Kemudian, kita akan mencari besar sudut α sebagai berikut.
Perhatikan segitiga *TAD*.

Dengan menggunakan teorema Phytagoras, maka:

$TP = \sqrt{TA^2 - AP^2}$

$TP = \sqrt{13^2 - 5^2}$

$TP = \sqrt{144} = 12$

Perhatikan segitiga TPQ.

Dengan menggunakan perbandingan sinus, maka:

$\sin \beta = \dfrac{PO}{TP} = \dfrac{6}{12}$

$\sin \beta = \dfrac{1}{2}$ atau $\beta = \text{arc} \ \sin\left(\dfrac{1}{2}\right) = 30°$

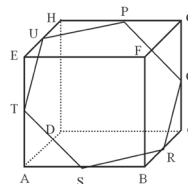
Dengan demikian sudut α = 2β atau α = 60°.

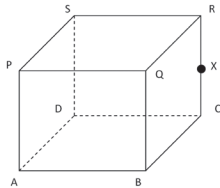
Uji Kompetensi 9.2

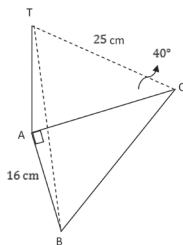
1 Sebuah kubus *ABCD.EFGH* dengan panjang rusuk *p* cm. Tentukanlah sudut antar bidang *ACH* dengan bidang *ACF*.

2. Pada kubus *ABCD.EFGH*. Jika *AP* adalah perpanjangan rusuk *AB* sehingga *AB* : *BP* = 2 : 1 dan *FQ* adalah perpanjangan *FG* sehingga *FP* : *FG* = 3 : 2 maka tentukanlah jarak antara titik *P* dan *Q*.

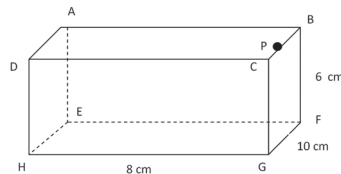
3. Pada kubus *ABCD.EFGH* dengan panjang rusuk *a* cm. Tentukanlah jarak bidang *ACH* dengan bidang *BEG*.

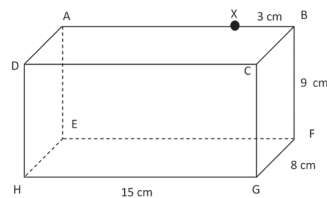
4. Perhatikan gambar berikut.

Tentukanlah besar sudut yang dibentuk oleh bidang *PQRSTU* dengan alas *ABCD*. (Rusuk kubus *p* cm, untuk *p* bilangan real positif).

5. Sebuah kubus dengan panjang rusuk 12 cm. Titik X berada di tengah rusuk CR. Hitunglah:

a. Panjang AX
b. Besar sudut antara AX dan bidang alas
c. Besar sudut PXA
d. Besar sudut antara BS dan bidang alas

6. Segitiga ABC adalah segitiga yang terletak pada sebuah bidang datar, dengan sudut $BAC = 90°$ dan panjang AB =16 cm. Titik T terletak tepat di atas titik A. Sudut yang terbentuk antara TC dan AC adalah 40°, panjang TC adalah 25 cm.

Hitunglah:
a. Sudut yang terbentuk antara TB dan AB
b. Panjang AT
c. Panjang BC

7. Sebuah balok $ABCD.EFGH$ memiliki panjang rusuk-rusuk $AB = 6$ cm, $AD = 8$ cm, $BD = 10$ cm, dan $DH = 24$ cm. Hitunglah
a. Panjang HB
b. Besar sudut BDC
c. Besar sudut antara HB dan bidang $CDHG$
d. Besar sudut antara HB dan bidang $ABCD$

8. Perhatikan gambar balok berikut

Hitunglah :
a. Panjang HP jika P adalah tengah-tengah BC
b. Besar sudut antara HP dan $EFGH$
c. Besar sudut antara HP dan FG
d. Besar sudut antara DF dan bidang $EFGH$

9. Gambar di bawah ini merupakan balok dengan alas $EFGH$, dengan panjang $HG = 15$ cm, $GF = 8$ cm dan $BF = 9$ cm. Titik X berada pada rusuk AB yang berjarak 3 cm dari titik B. Hitunglah besar sudut HXG dan $ABFE$.

10. Sebuah limas berdiri setinggi 26 cm di atas bidang datar dengan alas berbentuk bidang segi enam

beraturan yang memiliki panjang rusuk 12 cm. Hitunglah

a. Panjang rusuk dari piramid
b. Besarnya sudut antara rusuk piramid dengan alas.

11. Jika diketahui balok *ABCD.EFGH* dengan $AB = \sqrt{3}$, $BC = 1$ dan $BF = 5$. Tentukanlah besar sudut yang dibentuk bidang *ADHE* dan bidang BDHF.

12. Pada limas beraturan *T.ABCD*, $TA = TB = TC = TD = \sqrt{3}$ dm dan *ABCD* adalah persegi dengan sisi dm. Tentukanlah besar sudut antara bidang *TAB* dan bidang *TCD*.

13. Seorang pengamat mengamati dua buah perahu dari menara merkusuar. Perahu *A* bergerak ke arah Barat dengan sudut depresi 35° dan perahu *B* bergerak ke arah Utara dengan sudut depresi 40°. Jika tinggi merkusuar adalah 85 m dari permukaan laut, tentukan jarak antara kedua perahu tersebut.

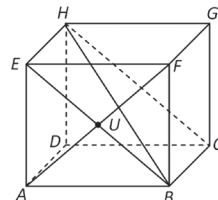
14. Seorang lelaki berdiri di titik *B*, yang berada di Timur menara *OT* dengan sudut elevasi 40°. Kemudian ia berjalan 70 m ke arah Utara dan menemukan bahwa sudut elevasi dari posisi yang baru ini, *C* adalah 25°. Hitunglah panjang *OB* dan tinggi menara tersebut.

Projek

Perhatikan berbagai objek yang kamu temui di sekelilingmu. Pilihlah minimal tiga objek dan rancang masalah yang pemecahannya menerapkan sifat dan rumus jarak titik ke garis atau jarak titik ke bidang. Buatlah laporanmu dan sajikan di depan kelas.

D. PENUTUP

Pada kubus *ABCD.EFGH*, berlaku.

1. Titik *E* terletak pada garis *AE*, *EF*, dan *EH*.
2. Garis *EF* terletak pada bidang *ABFE* dan *EFGH*.
3. Titik *E* terletak pada bidang *ABFE*, *AEHD*, *EFGH* yang memuat garis *AE*, *EF*, dan *EH*.
4. Garis *EF* dan garis *CD* adalah dua garis yang sejajar.
5. Garis *AF* dan garis *BE* adalah dua garis yang bersilangan.
6. Garis *EF* dan *CG* adalah dua garis yang saling tegak lurus.
7. Garis *EF* sejajar dengan salah satu garis pada bidang *CDHG*, maka garis *EF* sejajar dengan bidang *CDGH*.
8. Garis *EF* tegak lurus dengan salah satu garis pada bidang *BCGF*, maka garis *EF* tegak lurus dengan bidang *BCGF*.
9. Bidang *ADHE* berpotongan dengan bidang *BCHE*.
10. Bidang *ABFE* berpotongan tegak lurus dengan bidang *ABCD*.
11. Bidang *ABFE* sejajar dengan bidang *CDHG*.
12. Garis *AF* merupakan diagonal bidang *ABFE*
13. Garis *BH* merupakan diagonal ruang kubus *ABCD*, *EFGH*.
14. Bidang *BCHE* merupakan bidang diagonal.
15. $\angle AUE = \angle BUF$ dan $\angle AUB = \angle EUF$.
16. Jarak antara dua titik adalah panjang ruas garis terpendek yang menghubungkan dua titik tersebut.
17. Jarak antara sebuah titik ke sebuah garis adalah jarak titik ke proyeksinya pada garis.
18. Jarak antara sebuah titik ke sebuah bidang adalah jarak titik ke proyeksinya pada bidang.
19. Jarak antara dua garis sejajar adalah jarak salah satu titik di salah satu garis ke garis yang lain.
20. Jarak dua garis bersilangan adalah panjang ruas garis yang tegak lurus pada kedua garis tersebut.
21. Jarak antara dua bidang yang sejajar adalah jarak dari salah satu titik pada bidang yang satu ke bidang yang lain.

22. Sudut antara garis dengan bidang adalah sudut antara garis tersebut dengan projeksinya pada bidang.

Kita telah mempelajari materi transformasi dan penerapan berbagai konsep dan aturan pencerminan, pergeseran, penggandaan dan pemutaran (rotasi) serta penerapannya dalam pemecahan masalah nyata. Selanjutnya kita akan membahas materi tentang trigonometri. Dalam bahasan ini kita akan mempelajari sudut-sudut dalam segitiga, grafik fungsi sinus, cosinus, secan dan cosecan, tangen dan cotangent, serta sudut-sudut istimewa. Beberapa aturan sinus, cosinus, dan tangen terkait sudut-sudut pada setiap kuadran akan digunakan dalam pemecahan masalah dan pembuktian beberapa sifat trigonometri yang dipelajari.